Beiträge zu dem Thema:

„Über die Strömung der Luft durch Röhren von beliebiger Länge.“

Inaugural-Dissertation

welche mit Genehmigung

der

Philosophischen Facultät der Königlichen Universität Breslau

zur Erlangung der Doctorwürde

Sonnabend, den 15. December 1883

in der kleinen Aula

öffentlich vertheidigen wird

der Verfasser

Paul Hoffmann

aus Breslau

gegen die Herren Opponenten:

Dr. phil. O. Rother.

cand. phil. O. Gusinde.

Beiträge zu dem Thema:

„Über die Strömung der Luft durch Röhren von beliebiger Länge.“

Inaugural-Dissertation

welche mit Genehmigung

der

Philosophischen Facultät der Königlichen Universität Breslau

zur Erlangung der Doctorwürde

Sonnabend, den 15. December 1883

in der kleinen Aula

öffentlich vertheidigen wird

der Verfasser

Paul Hoffmann
aus Breslau

gegen die Herren Opponenten:

Dr. phil. O. Rother.

cand. phil. O. Gusinde.

Seinen Eltern

in

inniger Liebe und Dankbarkeit

gewidmet

vom

Verfasser.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543115_0110

Die bisherigen Untersuchungen über die Strömung der Gase haben für zwei specielle Fälle mit der Erfahrung übereinstimmende Gesetze geliefert: das Navier'sche Gesetz[1]) für ganz kurze Röhren und das Poiseuille-Meyer'sche Gesetz[2]) für sehr lange Röhren. Für die dazwischenliegenden Fälle rechnete man näherungsweise nach dem einen oder andern Gesetze, besonders hat man für kurze Röhren das Navier'sche Gesetz unter Einführung sogenannter Ausflusscoëfficienten angewendet[3]). Das Strömungsgesetz der Gase für Röhren von beliebiger Länge ist also noch als eine offene Frage zu betrachten, zu deren Lösung die vorliegende Arbeit versuchen soll, einige Beiträge zu liefern.

§ 1.

Aufstellung der Formeln.

a) Erweiterung des Poiseuille-Meyer'schen Gesetzes.

Wenn das erweiterte Poiseuille'sche Gesetz für seine Giltigkeit die Anwendung langer Capillaren fordert, so geschieht dieses deshalb, um eine parallele Strömungsrichtung der einzelnen Gasteilchen voraussetzen zu können. Wir werden demnach, sobald jenes Gesetz nicht mehr anwendbar ist, einen Hauptgrund dafür darin suchen dürfen, dass die Teilchen bei ihrem Gange durch die Röhre nicht mehr gerade, sondern

---

[1]) Mém. de l'Acad. royale des sciences. T. IX Paris 1830.

[2]) O. E. Meyer: Pogg. Ann. Bd. 127 u. Bd. 148.

[3]) vgl. Gehler's physik. Wörterbuch, Artikel Pneumatik.

wellenartige Linien beschreiben. Am natürlichsten wird nun die Vorstellung sein, dass diese Störungen in der Bewegung hauptsächlich durch die scharfen Ränder am Anfang und Ende der Capillare hervorgerufen werden und auch dort am stärksten sind. Guthrie's[1]) Untersuchungen scheinen dieser Vorstellung zu widersprechen. Guthrie zerschnitt eine Capillare, durch die er unter gewissem treibenden Drucke ein bestimmtes Volumen Luft hatte strömen lassen, in kleine Stücke und fügte diese wieder mit Kautschukschlauch aneinander. Dann stellte er denselben Strömungsversuch wie vorher an und fand dieselbe Transpirationszeit. Hiernach lag es nahe, die Störungen am Anfang und Ende der Capillare zu leugnen. Da mir die Guthrie'schen Versuche nicht ausreichend erschienen, um ein so befremdendes Resultat zu beweisen, stellte ich ähnliche Versuche an. Die Luft strömte, durch festes Kalihydrat von Wasser und Kohlensäure befreit aus der Atmosphäre in einen leergepumpten Ballon. Die Ablesung geschah, wenn das Quecksilbermanometer am Ballon vom Barometerstande den Unterschied von

60,47 ctm
50,69 "
40,93 "
31,10 "
21,15 "
11,01 "

anzeigte.

Röhre I.

Länge 117,84 ctm., 28 Stücke.

	Vor dem Zerschneiden.	Nach dem Zerschneiden.
Barometer	75,26	75,48
Thermometer	21,°8	19,°4
Zeit	0^m $0,^s0$	0^m $0,^s0$
	1^m $20,^s0$	1^m $28,^s0$
	2^m $48,^s0$	3^m $3,^s0$
	4^m $31,^s0$	4^m $53,^s0$
	6^m $43,^s0$	7^m $12,^s5$
	10^m $11,^s0$	10^m $47,^s5$

[1]) Philosoph. Magazine. 5. 5. 1878, Seite 433.

Röhre II.

Länge 87,42 ctm., 20 Stücke.

1)	Vor dem Zerschneiden.	Nach dem Zerschneiden.
Barometer	73,78	74,19
Thermometer	19,°1	18,°8
Zeit	0^m $0,^s0$	0^m $0,^s0$
	1^m $9,^s0$	1^m $23,^s75$
	2^m $24,^s5$	2^m $54,^s0$
	3^m $51,^s0$	4^m $36,^s0$
	5^m $42,^s5$	6^m $43,^s0$
	8^m $36,^s0$	9^m $52,^s0$

2)	Vor dem Zerschneiden.	Nach dem Zerschneiden.
Barometer	73,80	74,31
Thermometer	19,°2	18,°8
Zeit	0^m $0,^s0$	0^m $0,^s0$
	1^m $9,^s5$	1^m $23,^s5$
	2^m $24,^s5$	2^m $53,^s0$
	3^m $51,^s5$	4^m $35,^s0$
	5^m $43,^s0$	6^m $42,^s0$
	8^m $36,^s5$	9^m $51,^s0$

Was die Wiedervereinigung der einzelnen Röhrchen anbetrifft, so wurde über je zwei derselben ein passendes Glasrohr geschoben und eine luftdichte Verbindung mit Siegellack hergestellt. Die Röhrchen berührten sich nicht, sondern liessen zwischen sich etwa 1^{mm} Zwischenraum; das übergesteckte Glasrohr wurde möglichst mit Siegellack ausgefüllt, um den Raum zwischen den beiden Röhrchen auf ein Minimum zu reducieren, jedoch überzeugte ich mich stets sehr sorgfältig, dass dabei nicht etwa eine Verstopfung der Röhrchen eingetreten war. Die angeführten Resultate scheinen für unsere Vorstellung und gegen Guthrie's Behauptung zu sprechen. Guthrie's Resultat ist nicht als ganz falsch, sondern nur als unvollständig zu bezeichnen; es liesse sich vielleicht dadurch erklären, was leider beides aus seiner Arbeit nicht ersichtlich ist, dass er mit nur geringem treibenden Druck gearbeitet oder dass er die einzelnen Röhrchen dicht aneinander geschoben hat. Hätte er das Letzere gethan, dann hätte die Luft beim Eintritt in die einzelnen Röhrchen nicht dieselbe Bedingung vorgefunden, wie am Anfange des ersten; die Berührungsstellen hätten dann nur den Wert von Sprüngen im Glase gehabt. Wenn wir so schliessen müssen, dass wir am Anfang der Röhre in der That eine stärkere Wirbelbewegung anzunehmen haben, so können wir uns jetzt auch eine An-

schauung von den Vorgängen am Ende der Röhre zu machen versuchen. Zu diesem Zwecke liess ich Tabaksrauch durch Röhren, natürlich nicht Capillarröhren strömen und fand, dass zuerst eine kegelförmige Zusammenziehung des austretenden Strahls darauf eine viel stärkere kegelförmige Erweiterung eintrat, in welcher sich heftige Wirbelbewegungen geltend machten. Diese Erweiterungen und die Wirbelbewegungen rückten um so näher an die Austrittsstelle, je schneller die Strömung wurde, und es trat ein Punkt ein, wo die Zusammenziehung des Strahls ganz verschwand, dafür aber die Wirbelbewegungen dicht vor dem Ende der Röhre stattfanden. Diese Resultate sind übrigens übereinstimmend mit denjenigen, welche Sondhaus[1]) bei Öffnungen in dünner Wand gefunden.

Da wegen der verwickelten Form der für das vorliegende Problem geltenden mathematischen Grundgleichungen[2]) eine strenge Lösung derselben für den vorliegenden Fall kaum zu erwarten ist, so müssen wir uns mit den vorhandenen Wirbelbewegungen auf andere Weise abzufinden versuchen. Wir wollen die Wirbelbewegungen ganz vernachlässigen und ebenfalls wieder geradlinige Strömung annehmen, dafür aber die Störungen am Anfang und Ende der Röhre so berücksichtigen, dass wir den ersten und letzten Querschnitt der Capillare als Öffnungen in dünner Wand ansehn. Zwischen dem ersten Ballon und dem ersten Querschnitt der zweiten Röhre, ebenso zwischen dem letzten Querschnitt der Röhre und dem Ballon wenden wir dann das Navier'sche Gesetz[3]), für die Röhre selbst das Poiseuille-Meyer'sche Gesetz[4]) an. Demnach können wir schreiben

$$1)\quad vp = R^2\,\pi\,\pi_1\sqrt{C\,log.\,nat.\,\frac{p_1}{\pi_1}}$$

$$2)\quad vp = \frac{R^4\,\pi\,g\,\varrho\,(\pi_1{}^2 - \pi_2{}^2)}{16\,\eta\,l}$$

$$3)\quad vp = R^2\,\pi\,p_2\sqrt{C\,log.\,nat.\,\frac{\pi_2}{p_2}}$$

Hierin sind

R der Radius der Capillare

$\pi = 3{,}1415\ldots$

---

[1]) Pogg. Ann. Bd. 85.

[2]) Navier: Mém. de l'Acad. des sc. de Paris. T. 6. 1823. p. 389.
Poisson: Journal de l'école polytechnique. T. 13 cahier 20. 1831 p. 139.
Stokes: Cambridge philos. transactions. Vol. 8. 1849. p. 287.
Canchy: Exerc. de mathém. 3. année 1828 p. 183.
Barré de St. Venant: Compt. vendus. T. 17. 1843 p. 1240.
Stefan: Wiener Sitzungsber. Bd. 46. 1862. Abt. 2. Seite 8.

[3]) Mém. de l'Acad. royale des sciences. T. IX Paris 1830.

[4]) O. E. Meyer. Pogg. Ann. 127. 1866. S. 253.

p_1 die Höhe einer Quecksilbersäule, welche dem Druck im ersten Ballon das Gleichgewicht hält,

π_1, π_2, p_2 die entsprechenden Grössen für den ersten und letzten Querschnitt der Röhre und den zweiten Ballon,

v das Volumen, welches unter der Druckhöhe p gemessen in der Zeiteinheit durchfliesst,

g die beschleunigende Kraft der Schwere,

ϱ die Dichtigkeit des Quecksilbers,

l die Länge der Röhre,

η die Reibungsconstante der Luft,

$$C = \frac{2\,g\,\varrho\,76\,(1 + 0{,}003665\,\vartheta)}{0{,}00129277}$$

wenn ϑ die Temperatur in Graden der hundertteiligen Skala bedeutet.

Es sei hier bald ausserdem bemerkt, dass sämmtliche Rechnungen im Centimeter- Gramm- Sekunden-System durchgeführt sind.

Die obigen drei Gleichungen enthalten drei Unbekannte, und es entsteht die unangenehme Schwierigkeit, diese zu eliminieren, trotzdem zwei Gleichungen transcendent sind. Wir müssen uns wieder einer angenäherten Rechnung bedienen, die allerdings durch die physikalischen Thatsachen gerechtfertigt wird. Aus 1) schliessen wir

$$\pi_1 = p_1\, e^{-\frac{(v\,p)^2\,p_1^{\,2}}{R^4\,\pi^2\,C p_1^{\,2}\,\pi_1^{\,2}}}$$

$$\pi_1 = p_1\left[e^{-\frac{(v\,p)^2}{R^4\,\pi^2\,C p_1^{\,2}}} - 2\,e^{-\frac{(v\,p)^2}{R^4\,\pi^2\,C p_1^{\,2}}}\,\frac{(v\,p)^2}{R^4\,\pi^2\,C p_1^{\,2}}\left(\frac{p_1 - \pi_1}{p_1}\right) + \ldots\ldots\right]$$

Machen wir die Annahme, dass $\left(\frac{p_1 - \pi_1}{p_1}\right)^2$ schon verschwindend klein ist, dann dürfen wir die drei Gleichungen auch so schreiben:

$$\text{I.}\quad \begin{cases} \pi_1 = \dfrac{p_1\left[1 - \dfrac{2\,(vp)^2}{R^4\,\pi^2\,C p_1^{\,2}}\right]}{\left[e^{\frac{(vp)^2}{R^4\,\pi^2\,C p_1^{\,2}}} - \dfrac{2\,(vp)^2}{R^4\,\pi^2\,C p_1^{\,2}}\right]} \\ vp = \dfrac{R^4\,\pi\,\varrho\,g\,(\pi_1^{\,2} - \pi_1^{\,2})}{16\,\eta\,l} \\ \pi_2 = p_2\, e^{\frac{(vp)^2}{R^4\,\pi^2\,C p^2{}_2}} \end{cases}$$

In π_1 und π_2 ist nun freilich noch das ebenfalls unbekannte (vp) enthalten; die Rechnung lässt sich aber doch verhältnissmässig bequem durchführen, wenn man annehmen kann, dass das Poiseuille-Meyer'sche Gesetz wenigstens noch einen rohen Näherungswert von vp liefert. Dann ist nämlich π_1 von p_1 und π_2 von p_2 sehr wenig verschieden, also der Factor von p_1 und p_2 nahezu der Einheit gleich. Für die Berechnung dieser Factoren wird es dann ausreichend sein, einen angenäherten Wert von vp, etwa wie ihn das Poiseuille-Meyer'sche Gesetz liefert, einzusetzen, um mit Benützung der so gewonnenen Grössen π_1 und π_2 aus der mittleren der angeführten Formeln einen richtigen Wert von vp zu erhalten. Sollte der so ermittelte Wert noch nicht mit jenem Näherungswerte genügend übereinstimmen, so wird eine nochmalige Rechnung gewiss das gewünschte Resultat liefern, wenn man jetzt als Näherungswert einen solchen benützt, der zwischen dem ersten und dem berechneten Werte, jedoch ziemlich nahe an diesem, liegt. Durch eine grosse Zahl von Berechnungen habe ich mich überzeugt, dass eine einmalige, höchstens zweimalige Rechnung den gewünschten Erfolg hatte; auch zeigte sich dabei, dass in den meisten Fällen auch schon $\frac{p_1 - \pi_1}{p_1}$ zu vernachlässigen gewesen wäre.

In den Fällen, in denen unsere Formel nicht mehr anwendbar ist, ist ersichtlich, dass sie einen zu hohen Wert für vp liefern wird. Der Durchgang der Luft durch den ersten und letzten Querschnitt der Röhre wird nicht so erfolgen, wie ihn das Navier'sche Gesetz verlangt, sondern es wird eine Zusammenziehung des Strahls erfolgen. Wir könnten diese Zusammenziehung allerdings durch Einführung eines Contractionscoëfficienten berücksichtigen, es entsteht dann aber wieder die Ungewissheit, welchen Wert man ihm beilegen soll. Jedenfalls muss er grösser angenommen werden, als für eine Öffnung in dünner Wand; nur so lässt sich die Thatsache erklären, dass durch ein kurzes Röhrchen eine grössere Menge Luft ausfliesst als durch eine Öffnung in dünner Wand.[1]) Das Maximum muss man sich dadurch entstehend denken, dass bei wachsender Röhrenlänge das eine Hindernis, die seitliche Strömung der Luftteilchen sich vermindert, während das andre, die Reibung, wächst, aber in geringerem Masse.

---

[1]) Joule: Memoirs of the Literary and Philos. Society. Manchester. Vol. I. Serie III 1862.

D'Aubuisson: Annales des Mines. Série I (?). T. XIII. p. 483. Im Auszug: Annales de Chimie et de Phys. T. XXXII und Gehler's physyk. Wörterbuch, Artikel Pneumatik.

Welchem Gesetze die Strömung für den Maximalausfluss gehorcht, konnte leider nicht ermittelt werden: die Joule'schen Versuche sind dazu nicht ausreichend, und die Versuche von D'Aubuisson waren mir in ausführlicher Angabe nicht zugänglich.

b) Aufstellung einer empirischen Formel.

Wollen wir aus der im Vorhergehenden für constante Strömung aufgestellten Formel eine Formel für veränderliche Strömung ableiten, so liegt es nahe, jene nur auf unendlich kurze Zeit anzuwenden und eine Integration vorzunehmen. Man überzeugt sich jedoch bald, dass diese Integration nur mit sehr grossen Vernachlässigungen ausführbar ist und selbst dann noch zu so verwickelten Formeln führt, dass es besser ist, sich von vornherein nach einer andern Formel für variable Strömung umzusehn. Tragen wir die Transpirationszeit für ein gewisses Volumen als Ordinate und die zugehörige Länge der Röhre als Abscisse auf, alle übrigen Verhältnisse als gleichbleibend vorausgesetzt, so erhalten wir eine Linie, welche wir etwas näher betrachten wollen. Es liefert das Poiseuille-Meyer'sche Gesetz in unserer Zeichnung eine durch den Anfangspunkt des Coordinatensystems gehende gerade Linie, der sich unsere Curve asymptotisch nähern muss. Nehmen wir andrerseits an, dass für die Länge bei welcher die Ausflussmenge ihr Maximum erreicht, wieder das Navier'sche Gesetz gilt, so haben wir auch für kleine Längen einen Punkt der Curve bestimmt. Die genannten beiden Angaben sind freilich noch nicht ausreichend, die Curve festzulegen; wir müssen uns jetzt an das Experiment halten. Nehmen wir zunächst an, dass die Curve eine Hyperbel sei, welche den durch das Navier'sche Gesetz bestimmten Punkt zum Scheitelpunkt und jene gerade Linie zur Asymptote hat, so lassen sich die folgenden Beziehungen aufstellen (vgl. Fig. 1).

Es sei $FJ = T$ die wirkliche Zeit,
$HF = P$ die nach dem Poiseuille-Meyer'schen Gesetze berechnete Transpirationszeit,
$ED = \frac{N}{a}$ die nach Navier's Gesetz berechnete Effusionszeit,
$AF = l$ die Länge der Röhre,
$AD = l_1$ die Röhrenlänge für den Maximalausfluss,
$CD = t$

dann ist

$$\frac{(T-t)^2}{(\frac{N}{a}-t)^2} - \frac{(l-l_1)^2}{EK^2} = 1$$

$$(T-t)^2 - (P-t)^2 = \left(\frac{N}{a}-t\right)^2$$

$$T = t + \sqrt{(P - t)^2 + \left(\frac{N}{a} - t\right)^2}$$

$$\text{IIa.} \quad T = \frac{P l_1}{l} + \sqrt{\frac{P^2 (l - l_1)^2}{l^2} + \left(\frac{N}{a} - \frac{G l_1}{l}\right)^2}$$

oder wenn l gegen l_1 sehr gross ist

$$\text{IIb.} \quad T = \sqrt{P^2 + \frac{N^2}{a^2}}$$

Wir haben noch zu zeigen, wie die Grössen P, N und a sich ausdrücken. Was zunächst a anbetrifft, so ist diese Grösse der Ausflusscoëfficient des Navier'schen Gesetzes, für den wir zwar die Zahl 1 angenommen haben, den wir zur Sicherheit aber doch noch einführen wollen. Lassen wir die Luft aus der Atmosphäre in einen leergepumpten Ballon strömen, so ist p_1 constant, p_2 variabel und[1])

$$P = \frac{8\ \eta\ l\ W_2}{p_1\ \pi\ R^4\ g\ \varrho} \cdot 2{,}3026\ log. \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} \cdot \frac{p_1 - P_2}{p_1 + P_2}\right)$$

Hierin ist W_2 das Volumen des Ballons, P_2 der Wert von p_2 zu Anfang des Versuchs, 2,3026 der reciproke Wert des Modulus des decadischen Logarithmensystems, die übrigen Grössen sind schon erwähnt[2]). Das Navier'sche Gesetz für constante Strömung giebt[3])

$$v p = \frac{R^2\ \pi\ \frac{p_1 + p_2}{2}}{} \sqrt{C\ log.\ nat.\ \frac{2\ p_1}{p_1 + p_2}}$$

wenn man die Holtzmann'sche Annahme[4]) über den Druck in der Effusionsöffnung einführt. Ist v_2 das in der Zeit t durchfliessende Volumen, gemessen unter dem Druck im Ballon, so ist

$$v_2\ p_2 = t\ \frac{R^2\ \pi\ \frac{p_1 + p_2}{2}}{} \sqrt{C\ log.\ nat.\ \frac{2\ p_1}{p_1 + p_2}}$$

$$p_2\ d\ v_2 = \frac{R^2\ \pi\ \frac{p_1 + p_2}{2}}{} \sqrt{C\ log.\ nat.\ \frac{2\ p_1}{p_1 + p_2}}\ dt$$

Nun besteht aber nach dem Mariotte'schen Gesetz die Gleichung

$$(W_2 + d\ v_2)\ p_2 = W_2\ (p_2 + d\ p_2)$$

$$p_2\ d\ v_2 = W_2\ d\ p_2$$

---

[1]) O. E. Meyer. Pogg. Ann. 127. 1866. Seite 274.

[2]) Seite 4 und 5.

[3]) Seite 4.

[4]) Holtzmann: Pogg. Ann. (61) 137 S. 466.
Segnitz: Pogg. Ann. 1860 III.

also ist

$$W_2\ d\,p_2 = R^2\ \pi\ \frac{p_1 + p_2}{2} \sqrt{C\ log.\ nat.\ \frac{2\ p_1}{p_1 + p_2}}\ .\ dt$$

$$\frac{W_2\ d\,p_2}{R^2\ \pi\ \frac{p_1 + p_2}{2} \sqrt{C\ log.\ nat.\ \frac{2\ p_1}{p_1 + p_2}}} = dt$$

Durch Integration folgt

$$t = \frac{4\ W_2}{R^2\ \pi \sqrt{C.\ 0{,}43429}} \left[\sqrt{log.\ \frac{2\ p_1}{p_1 + P_2}} - \sqrt{log.\ \frac{2\ p_1}{p_1 + p_2}} \right]$$

Hierin ist 0,43429 der Modulus des Briggs'schen Logarithmensystems. Die so berechnete Transpirationszeit t bedeutet aber die obige Grösse N, so dass man setzen kann

$$N = \frac{4\ W_2}{R_2\ \pi \sqrt{C.\ 0{,}43429}} \left[\sqrt{log.\ \frac{2\ p_1}{p_1 + P_2}} - \sqrt{log.\ \frac{2\ p_1}{p_1 + p_2}} \right]$$

Durch Versuche, welche später in ihren Einzelheiten mitgeteilt werden sollen, ergab sich, dass die oben erwähnte Curve zwar angenähert, aber doch nicht genau eine Hyperbel ist, sondern eine weniger gekrümmte Verbindungslinie der beiden Grenzpunkte darstellt. Den Versuchen konnte relativ am besten genügt werden, wenn man setzte

$$\text{III.}\quad T = \sqrt{P^2 + \frac{N^2}{a^2\ b^2}}$$

worin $b = \frac{l + 4}{2\ l + 4}$ und a aus der folgenden kleinen Tabelle zu entnehmen ist:

a	Mittlere Druckdiff.
0,9338	50,0
0,9637	41,5
1,0000	31,0
1,0000	21,0
0,9585	11,5

Wenn es also gestattet ist, aus unseren Versuchen rückwärts auf das Gesetz für den Maximalausfluss zu schliessen, so müssen wir annehmen, dass nach diesem sich die Transpirationszeit durch die Gleichung

$$t = \frac{N}{a\ b}$$

ausdrückt, worin die Grössen N, a und b die angegebenen Werte haben.

Man kann jetzt versuchen, die gewonnene Formel auch auf constante Strömung zu übertragen. Sie nimmt dann die Form an

$$\frac{1}{(vp)} = \sqrt{\frac{1}{P_1^2} + \frac{1}{(N_1\ a\ b)^2}}$$

$$\text{IV.}\quad (vp) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{P_1^2} + \frac{1}{(N\ a\ b)^2}}}$$

worin vp, a und b die schon erwähnten Bedeutungen haben und

$$P_1 = \frac{R^4\ \pi\ g\ \varrho\ (p_1^2 - p_2^2)}{16\ \eta\ l}$$

$$N_4 = R^2\ \pi\ \frac{p_1 + p_2}{2} \sqrt{\frac{C}{0{,}43429}\ log.\frac{2\ p_1}{p_1 + p_2}}$$

ist.

Was die Versuche selbst anbetrifft, so wendete ich drei verschiedene Beobachtungsmethoden an.

§ 2.

Beobachtungsmethoden.

1. Beobachtungsmethode, Messung der überströmenden Luft durch Flüssigkeit.

Am einen Ende der Capillare stand die Luft unter dem Drucke einer Flüssigkeitssäule, während am andern Ende eine Wasserluftpumpe wirkte. Der benützte Apparat soll durch Fig. 2 veranschaulicht werden. Den dort gegebenen Anmerkungen mögen nur noch wenige Worte zur Erklärung hinzugefügt werden. Der Druckregulator[1]) am Ballon II wirkt in der bekannten Weise, dass bei zu heftiger Wirkung der Wasserluftpumpe aus der Atmosphäre durch das für jeden Druck einstellbare Rohr H und durch das Quecksilber Luft in den Ballon eintritt. Zwischen dem Ballon I und dem T-Rohr L befindet sich ein Gummischlauch FG, an welchem bei K eine leicht und schnell wirkende Klemme sitzt. Alles Uebrige dürfte aus der Figur ersichtlich sein. Der Versuch selbst wurde so angestellt: Zunächst wurden die Hähne A, C, D geschlossen, B und die Klemme K geöffnet, die Wasserluftpumpe wurde in Thätigkeit gesetzt, der Druckregulator, ebenso L durch Heben und Senken eingestellt, bis

[1]) Loth. Meyer. Wiedemann's Ann. Bd. 7. S. 506.

die gewünschten Drucke erreicht waren. Dann wurde der Hahn B geschlossen, dafür aber D etwas geöffnet, damit für Ballon II keine Anderung eintrat. Die Klemme K wurde geschlossen, die Hähne A und C geöffnet und durch A ein Strom getrockneter und kohlensäurefreier Luft gepresst. Die Folge davon war, dass alle Flüssigkeit durch C austrat, welche sich über dem Ende des Rohrs genau bis zu diesem heran befand. Wenn dieses erreicht war, wurde C geschlossen und durch A im Ballon ein Druck erzeugt, der höher war als der gewünschte; dann wurde auch A geschlossen. Jetzt wurde gleichzeitig D geschlossen und B geöffnet. Manometer I fiel natürlich, und sobald der gewünschte und vorher eingestellte Druck erreicht war, wurde die Klemme K geöffnet und die Zeit abgelesen. Zum Schlusse des Versuches wurde die Klemme geschlossen und wieder die Zeit abgelesen. Die eingeströmte Flüssigkeit, die ja zugleich das Volumen der ausgeströmten Luft, gemessen unter dem Drucke im Ballon I angab, wurde in der beschriebenen Weise durch C in ein Massgefäss gebracht. — Was die angewendete Flüssigkeit anbetrifft, so musste eine solche gewählt werden, welche weder Wasser anzog noch abgab, welche überhaupt keinen Dampfdruck duldete. Dieses leistet eine Mischung von Schwefelsäure mit Wasser, nach Fr. Rüdorff vom spec. Gew. 1,300[1]).

In den nachfolgenden Versuchen bedeutet von den neu eingeführten Grössen ϑ_1 und ϑ_2 die Temperatur im ersten und zweiten Ballon, A die Ausflussmenge der Luft, gemessen unter dem Druck im Ballon 1 und bezogen auf eine Zeitsekunde.

1.

$A = 2{,}735$ cbctm.

$R = 0{,}0314593$ ctm. $l = 69{,}6808$ ctm.

p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2
78,96	71,61	20,°0	19,°4
78,97	71,60	20,°0	19,°4
78,90	71,59	19,°9	19,°8
78,91	71,58	19,°9	19,°7
78,90	71,58	19,°9	19,°7

[1]) Berichte der deutsch. chem. Gesellsch. XIII. Jahrg. 1, Seite 150, vgl. Régnault Comptes rendus XX, Seite 1127.

2.

$A = 2{,}739$ cbctm.

$R = 0{,}0314593$ ctm. $l = 69{,}6808$ ctm.

p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2
78,94	71,51	20,°2	20,°2
78,95	71,54	20,°3	19,°8
78,95	71,55	20,°3	19,°7
78,94	71,52	20,°3	19,°8
78,94	71,53	20,°3	19,°7
78,94	71,53	20,°2	19,°7

3.

$A = 2{,}743$ cbctm.

$R = 0{,}0314593$ ctm. $l = 69{,}6808$ ctm.

p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2
78,92	71,51	19,°6	19,°2
78,93	71,53	19,°7	19,°1
78,92	71,55	19,°7	19,°2
78,94	71,56	19,°6	19,°0
78,92	71,56	19,°6	19,°0
78,94	71,56	19,°6	19,°0

4.

$A = 3{,}940$ cbctm.

$R = 0{,}0314593$ ctm, $l = 69{,}6808$ ctm.

p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2
82,89	71,84	20,°6	20,°9
82,87	71,83	20,°6	20,°8
82,85	71,83	20,°6	20,°9
82,84	71,84	20,°6	20,°8
82,84	71,83	20,°6	20,°9

5.

$A = 3{,}915$ cbctm.

$R = 0{,}0314593$ ctm. $l = 69{,}6808$ ctm.

p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2
82,92	71,92	20,°2	20,°2
82,87	71,93	20,°2	20,°3
82,86	71,91	20,°3	20,°4
82,86	71,91	20,°3	20,°5
82,86	71,93	20,°3	20,°5

Nach dieser Beobachtungsmethode konnten leider nur diese fünf Versuche angestellt werden. Die angewendete Schwefelsäure erwies sich doch noch als concentriert genug, um Haut und Kleidungsstücke recht unangenehm anzugreifen. Die übrigen bekannten derartigen Stoffe teilten diese Eigenschaft der Schwefelsäure. Einige Versuche, bei denen die Schwefelsäure durch Wasser ersetzt wurde und die Luft vor dem Eintritt in die Capillare wieder getrocknet wurde, ergaben schlecht befriedigende Resultate; auch konnte man dabei, besonders bei einigermassen schneller Strömung nicht sicher sein, dass die strömende Luft wirklich trocken war.

Ehe wir an die Berechnung der Versuche herangehn, wird es nötig sein, über den Ursprung der benützten constanten Zahlen zu berichten. Die nachfolgenden Bemerkungen behalten auch für die beiden andern Beobachtungsmethoden ihre Giltigkeit.

Das spec. Gew. des Quecksilbers wurde aus den Angaben Régnault's entnommen[1]), als beschleunigende Kraft der Schwere wurde für den Beobachtungsort Breslau die Zahl 981,2 angenommen[2]). Das spec. Gew.[3]) der Luft bei 0^0 und 760 mm Barometerstand, bezogen auf Wasser bei 4^0 C. wurde zu 0,00129277, der Ausdehnungscoëfficient der Luft nach Régnault und Magnus zu 0,003665 angesetzt[4]). Als Reibungsconstante der Luft bei 0^0 wurde der Mittelwert[5]) 0,000175 verwendet. Um diese

---

[1]) Mém. de l'Acad. de Paris, Bd. 21, S. 162 u. 328.

[2]) Beling: Zur Theorie der Bifilaraufhängung (Inaug.-Diss.) Breslau 1881, S. 51. 53.

[3]) Mém. de l'Acad. de Paris, Bd. 21 1847, S. 158.

[4]) Régnault: Mém. de l'Inst. 1847 XXI, S. 3 und Magnus Pogg. Ann. 55 S. 1 u. 57 S. 177.

[5]) O. E. Meyer: Kinet. Theorie d. Gase S. 140.

Constante für eine andre Temperatur umzurechnen, wurde die Formel von Puluj[1]) benützt.

$$\eta = \eta_0 \, (1 + 0{,}003665 \, \vartheta)^{0{,}72196}$$

Der Radius der Capillaren wurde in der bekannnten Weise mittels Quecksilber gemessen, und, da ein Fehler im Radius einen erheblichen Einfluss auf das Resultat hat, auf diese Messung sehr grosse Sorgfalt verwendet.

Selbstverständlich ist es, dass sämmtliche benützte Intrumente mit Normalinstrumenten verglichen wurden.

In den angeführten Tabellen ist unter Pois. die Poiseuille-Meyer'sche Formel, unter den übrigen Zeichen die betreffende Formel der vorliegenden Abhandlung zu verstehn. Berechnet wurde nach diesen Formeln jedes Mal die Grösse (vp).

	Pois.	Formel I	Formel IV	Beobacht.
1.	219,64	216,75	214,82	215,88
2.	221,94	219,57	217,01	216,18
3.	221,47	219,13	216,56	216,50
4.	339,02	330,21	327,63	326,44
5.	337,38	331,98	326,06	324,42

Die bei der Berechnung nach Formel I vorgekommenen Grössen π_1 und π_2 sind in der folgenden Tabelle enthalten.

	p_1	π_1	π_2	p_2
1.	78,93	78,884	71,641	71,59
2.	78,94	78,902	71,571	71,53
3.	78,93	78,893	71,591	71,55
4.	82,86	82,779	72,045	71,83
5.	82,87	82,788	72,014	71,92

2. Beobachtungsmethode, Messung der überströmenden Luft durch eine lange Capillare.

Das Princip dieser Methode bestand darin, dass dieselbe Masse Luft zuerst durch eine lange Capillare gepresst wurde und dann durch die zu prüfende Capillare. Von der langen Capillare hatte ich mich vorher

[1]) Carl's Repert. XIII 293—330.

überzeugt, dass sie dem Poiseuille-Meyer'schen Gesetze genügte. Um nicht genötigt zu sein, (vgl. Fig. 3) im Ballon II und III denselben Druck zu haben, wurde zwischen beiden ein Druckregulator eingeschaltet, der sich durch Zugiessen und Ablassen des Quecksilbers einstellen liess. Die getrocknete und kohlensäurefreie Luft trat bei A in den Apparat und verfolgte den durch Pfeile bezeichneten Weg.

Um der gehörigen Einstellung der vier Manometer sicher zu sein, wurde vom Beginn des Versuches bis zur ersten verwendeten Ablesung mindestens 45 bis 60 Minuten gewartet und zwischen je zwei Ablesungen ebenfalls ein grösserer Zeitraum gelassen. Die Dimensionen der verwendeten Capillaren waren

Masscapillare
$R = 0{,}026657$ ctm. $l = 154{,}0938$ ctm.

Capillare
$R = 0{,}026343$ ctm. l variabel.

Es bedeutet ϑ_1 und ϑ_2 die Temperatur im Ballon I und II, ϑ_3 die Temperatur der äusseren Luft.

1.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,26	28,10	18,°2	18,°0	5,943	27,34	23,10	18,°1
2	08	2	1		2	09	1
2	09	3	2		2	08	1

2.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
73,80	47,29	21,°4	21,°2	5,943	46,84	45,23	21,°6
78	8	7	4		81	20	5
76	5	6	4		79	16	6

3.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,79	60,75	22,°8	22,°3	5,943	60,44	59,86	22,°5
7	4	7	4		4	6	6

4.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
71,69	30,48	23,°7	23,°2	11,42	29,79	23,28	23,°6
70	9	7	3		82	31	23,°7
70	8	7	4		79	31	23,°7

5.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,52	43,59	24,°0	23,°5	11,42	43,05	39,80	23,°8
1	9	0	6		6	78	8
0	9	0	6		6	79	8

6.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
73,42	61,05	23,°1	22,°6	11,42	60,69	59,57	22,°9
38	1	1	7		69	6	22, 9
38	3	1	8		70	8	23, 0

7.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,54	36,85	32,°3	22,°6	22,95	36,26	26,43	22,°7
3	4	3	7		6	2	22, 9
3	4	3	8		6	2	23, 0

8.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,50	59,92	23,°3	22,°8	22,95	59,60	57,41	22,°9
2	2	3	8		60	39	23, 0
0	3	3	8		59	38	23, 1

9.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,32	66,31	22,°8	22,°1	22,95	66,07	65,03	22,°3
29	3	8	1		6	9	3
28	2	8	1		7	6	3

10.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,13	38,12	22,°8	22,°4	35,92	37,54	22,06	22,°4
1	09	8	5		2	4	5
1	08	9	6		4	4	7

11.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,05	48,74	23,°1	22,°9	35,92	48,33	40,54	22,°9
4	4	1	9		4	6	9
3	3	1	9		3	8	9

12.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
73,42	69,10	22,°8	22,°7	35,92	68,85	67,75	22,°7
2	09	8	8		5	4	8
1	08	8	8		5	4	9

13.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,74	46,68	22,°3	22,°0	51,23	46,22	32,39	22,°1
1	4	3	1		2	8	1
0	6	4	1		1	8	2

14.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,74	58,31	21,°4	21,°4	51,23	57,99	52,00	21,°3
3	2	4	4		9	0	3
3	2	4	4		9	0	4

15.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,78	67,45	21,°2	21,°0	51,23	67,19	65,21	20,°9
6	4	2	0		7	1	20, 9
6	4	2	0		8	1	21, 2

16.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
73,47	49,89	21,°9	21,°8	65,12	49,48	33,72	22,°0
6	5	21, 9	8		3	2	0
4	3	22, 0	8		1	1	0

17.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
73,53	68,16	20,°8	20,°5	65,12	67,88	65,35	20,°8
3	5	9	6		8	4	9
0	4	9	8		7	4	9

18.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
72,98	52,22	20,°4	20,°3	65,12	51,85	39,07	20,°4
8	2	4	3		4	7	5
8	2	4	3		4	4	6

19.

Masscapillare					Capillare		
p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	l	p_3	p_4	ϑ_3
71,80	58,61	20,°0	19,°9	80,04	58,32	49,47	20,°0
2	1	1	20, 0		31	6	0
3	1	1	20, 0		29	7	1

Es bleibt noch zu zeigen, dass die als Masscapillare benützte Röhre wirklich dem Poiseuille-Meyer'schen Gesetze genügte. Zu diesem Zwecke wurden zwei Versuche mit constantem p_1 und variablem p_2 angestellt; setzen wir für den Augenblick

$$\frac{\log.\left(\frac{p_1+p_2}{p_1-p_2}\,\frac{p_1-P_2}{p_1+P_2}\right)}{p_1 t} = \frac{1}{C}\ ^{1})$$

so ergeben sich die Versuche, wenn man immer $\frac{p_1}{C}$ aus je zwei benachbarten Versuchen berechnet, folgendermassen:

Temperat. 18,°6

p_1	p_2	Zeit m.	Zeit sec.	$\frac{p_1}{C}$
75,36	14,93	0	0,0	
6	24,69	2	0,0	0,001009
6	34,45	4	12,0	10
5	44,27	6	47,0	09
5	54,21	10	7,5	08
5	64,35	15	24,0	00

Temperat. 18,°3

p_1	p_2	Zeit m.	Zeit sec.	$\frac{p_1}{C}$
75,37	14,93	0	0,0	
7	24,70	2	0,5	0,001006
7	34,46	4	12,5	10
8	44,30	6	47,5	11
8	54,24	10	8,0	08
8	64,38	15	25,5	0997

Ausser den angeführten Versuchen wurden nach der zweiten Beobachtungsmethode noch eine andere Reihe von Versuchen angestellt, welche zwar an sich weniger Wert haben, die aber doch der Vollständig-

[1]) Vergl. O. E. Meyer Pogg. Ann. (127) 203 S. 274.

keit wegen mitgeteilt werden sollen. Bei denselben war nämlich die Masscapillare durch eine kurze Capillare ersetzt worden, welche dem Poiseuille-Meyer'schen Gesetze nicht mehr genügte, und so konnte keine absolute Messung, sondern nur eine Vergleichung des Volumens der durchgeströmten Luft dadurch vorgenommen werden, dass man für diese Capillare bei den verschiedenen Versuchen stets dieselben Drucke einstellte. Der Radius der untersuchten Capillare beträgt 0,0314648 ctm, die Länge ist bei jedem Versuche aufgezeichnet.

1.

	Capillare			Hilfscapillare		
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
2,463	72,00	70,98	16,°2	16,°2	62,25	18,12
	72,00	5	2	0	4	2
	71,98	5	3	2	2	2

2.

	Capillare			Hilfscapillare		
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
4,97	72,03	70,42	16,°1	16,°2	62,26	17,15
	3	1	0	0	6	08
	2	2	2	2	5	08

3.

	Capillare			Hilfscapillare		
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
9,86	71,81	69,03	16,°2	16,°2	62,18	17,15
	0	3	1	1	8	4
	0	3	0	0	9	1

4.

	Capillare			Hilfscapillare		
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
19,90	74,44	69,35	16,°1	16,°0	62,10	16,93
	2	4	0	0	08	4
	1	3	0	0	07	6

5.

	Capillare			Hilfscapillare		
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p
29,95	74,73	67,18	16,°0	16,°0	62,12	17,03
	3	9	0	15, 9	10	3
	3	8	2	16, 1	11	2

6.

	Capillare			Hilfscapillare		
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
39,97	75,34	65,45	16,°6	16,°3	62,08	16,96
	3	4	6	4	7	89
	3	5	6	4	6	86

7.

	Capillare			Hilfscapillare		
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
49,96	75,42	63,02	16,°0	16,°3	62,25	17,19
	2	4	0	2	4	04
	1	1	2	2	4	00

8.

	Capillare			Hilfscapillare		
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
2,463	67,07	66,14	16,°2	16,°2	58,37	16,97
	7	4	2	3	7	6
	6	4	3	4	8	9

9.

	Capillare			Hilfscapillare		
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
4,97	66,79	65,30	16,°1	16,°1	58,33	16,95
	6	0	2	1	3	3
	7	0	1	1	3	2

10.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
9,86	73,29	70,93	16,°0	16,°1	58,28	16,91
	8	3	1	1	7	89
	8	1	2	1	4	88

11.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
9,86	62,51	59,72	16,°0	16,°0	58,32	16,89
	3	2	2	1	3	90
	3	4	2	1	4	86

12.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
19,90	64,92	59,79	16,°0	16,°0	58,40	16,98
	93	80	0	15, 9	2	6
	89	79	0	16, 0	1	3

13.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
29,95	74,75	68,21	16,°0	16,°0	58,11	16,81
	6	2	0	16, 0	3	65
	6	5	0	15, 8	3	79

14.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
39,97	74,86	66,23	16,°4	16,°1	58,33	16,90
	5	3	4	1	3	3
	4	3	4	1	2	8

15.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
49,96	74,92	64,09	16,°3	16,°4	58,46	17,00
	2	8	3	3	4	16,99
	1	6	2	2	1	7

16.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
58,68	74,89	62,11	16,°3	16,°1	58,11	16,99
	90	09	3	1	08	8
	90	07	3	1	03	9

17.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
69,65	74,91	59,09	15,°5	15,°5	58,36	16,97
	87	10	5	5	7	9
	88	11	5	5	7	7

18.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
2,463	67,17	66,71	16,°2	16,°1	46,88	18,22
	5	1	1	1	7	2
	6	1	0	1	9	7

19.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
4,97	66,89	66,10	16,°0	16,°0	46,82	18,13
	8	09	0	0	80	20
	6	07	0	0	78	15

20.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
9,86	72,77	71,39	16,°0	16,°0	46,82	18,34
	9	40	1	16, 0	98	32
	9	40	0	15, 9	97	29

21.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
19,90	51,81	48,06	16,°0	16,°1	46,87	18,10
	79	47,99	0	1	1	09
	82	48,05	0	1	4	07

22.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
19,90	70,84	68,11	16,°2	16,°0	46,78	18,33
	4	12	2	0	80	32
	2	09	2	0	76	22

23.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
29,95	54,44	49,01	17,°0	16,°5	46,82	18,23
	4	1	16, 9	5	2	18
	4	2	9	5	4	16

24.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
29,95	64,34	59,83	16,°5	16,°1	46,75	18,10
	4	84	6	1	3	18,05
	2	78	6	1	1	17,93

25.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
39,97	66,77	61,06	16,°0	15,°5	46,69	18,08
	8	6	0	4	6	18,01
	5	4	0	5	4	17,95

26.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
39,97	70,90	65,52	16,°0	15,°8	46,71	18,19
	2	3	15,9	6	2	6
	0	2	9	6	3	2

27.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
39,97	60,39	53,88	16,°3	16,°0	47,04	18,22
	43	90	3	0	6	22
	42	90	3	0	8	19

28.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
49,96	70,91	64,21	16,°3	16,°2	46,74	18,18
	1	0	3	2	6	20
	1	0	3	1	5	17

29.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
49,96	64,22	56,80	16,°6	16,°0	46,54	18,17
	2	3	6	0	6	6
	2	4	6	0	7	6

30.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
58,68	64,31	55,52	16,°2	15,°9	46,62	18,16
	1	48	2	9	59	09
	2	45	2	9	56	06

31.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
58,68	71,06	63,55	16,°0	15,°8	45,33	18,06
	70,97	5	2	8	4	10
	6	3	2	8	4	09

32.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
69,65	64,21	53,27	16,°7	16,°7	47,10	18,20
	18	7	7	7	10	14
	26	6	6	6	09	11

33.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
69,95	66,73	56,54	15,°8	15,°5	46,59	18,12
	0	2	8	5	8	1
	3	3	8	4	9	0

34.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
69,65	70,84	61,24	16,°8	16,°8	46,84	18,10
	4	5	8	8	4	26
	7	6	8	8	5	49

35.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
2,463	67,24	66,96	15,°9	15,°8	39,72	18,60
	22	5	16, 0	15, 9	71	53
	19	3	16, 0	16, 2	69	57

36.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
4,97	67,02	66,51	16,°0	16,°2	39,63	18,61
	01	49	0	2	2	60
	66,99	9	0	1	1	59

37.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
9,86	62,50	61,49	16,°1	16,°0	39,67	18,77
	49	6	1	1	7	7
	44	4	2	1	5	2

38.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
19,90	51,15	48,67	16,°1	16,°1	39,70	18,77
	6	6	1	2	0	3
	4	6	2	2	0	5

39.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
29,95	51,16	47,42	16,°2	15,°9	39,65	18,58
	7	3	1	9	7	50
	7	3	2	8	7	49

40.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
39,97	51,43	46,50	16,°6	16,°6	39,53	18,76
	3	49	7	5	4	67
	3	9	8	5	2	65

41.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
49,96	51,21	44,92	16,°5	16,°0	39,67	18,94
	0	1	5	0	70	2
	0	1	5	0	68	3

42.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
58,68	51,33	43,95	16,°2	15,°6	39,65	18,80
	3	3	2	7	60	75
	2	1	2	8	58	73

43.

	Capillare				Hilfscapillare	
l	p_1	p_2	ϑ_1	ϑ_2	p_3	p_4
69,65	57,73	50,03	16,°0	15,°5	39,55	18,80
	3	00	0	6	4	76
	3	49,97	0	6	5	74

Die folgende Tabelle enthält die Berechnung der ersten Versuchsreihe der zweiten Beobachtungsmethode, also der Versuche 1 bis 19 auf Seite 15 bis 19.

	Pois.	Formel I.	Formel IV.	Beobacht.
1.	246,74	218,63	207,35	206,67
2.	169,45	155,45	150,29	148,44
3.	79,60	76,31	75,09	74,14
4.	204,31	193,28	185,77	193,75
5.	159,32	153,33	149,54	154,36
6.	79,88	78,03	76,98	76,57
7.	181,97	177,33	172,94	179,85
8.	76,28	74,42	74,72	76,65
9.	39,14	38,90	38,72	38,26
10.	174,04	171,27	168,54	172,95
11.	130,17	128,60	127,03	129,66
12.	28,60	28,52	28,45	28,45
13.	144,08	142,74	141,16	143,64
14.	87,45	86,97	86,41	87,33
15.	34,65	34,55	34,28	34,61
16.	136,32	135,36	134,37	134,77
17.	35,39	35,33	35,25	35,26
18.	121,62	120,86	120,10	120,26
19.	81,24	80,83	80,64	80,02

Die bei diesen Versuchen nach Formel I sich ergebenden Druckverluste an den beiden Enden der Röhre sind aus der folgenden Zusammenstellung zu ersehn.

	p_3	π_3	π_4	p_4
1.	27,33	27,107	23,353	23,09
2.	46,81	46,744	45,267	45,20
3.	60,44	60,428	59,872	59,86
4.	29,80	29,644	23,500	23,30
5.	43,06	42,991	39,863	39,79
6.	60,69	60,677	59,583	59,57
7.	36,26	36,151	26,568	26,42
8.	59,60	59,574	57,418	57,39
9.	66,07	66,067	65,063	65,06
10.	37,53	37,432	22,216	22,05
11.	48,33	48,287	40,611	40,56
12.	68,85	68,849	67,742	67,74

	p_3	π_3	π_4	p_4
13.	46,22	46,165	32,458	32,38
14.	57,99	57,974	52,018	52,00
15.	67,18	67,177	65,213	65,21
16.	49,44	49,394	33,789	33,72
17.	67,88	67,878	65,342	65,34
18.	51,84	51,805	39,107	39,06
19.	58,31	58,282	49,486	49,47

Es soll jetzt die zweite Versuchsreihe, also die Versuche 1 bis 43 auf Seite 20 bis 28 berechnet werden. Da ihnen aber, wie schon gesagt, eine geringere Bedeutung beizumessen ist, so mag es genügen, nur bei den wesentlichsten derselben, also den bei schnellster Strömung angestellten, die Rechnung vollständig durchzuführen, die übrigen nach der Poiseuille-Meyer'schen Formel und der Formel IV zu berechnen. Um eine Übersicht über die Gleichartigkeit der Strömung bei den verschiedenen Versuchen derselben Art zu haben, ist den Tabellen die auf die Hilfscapillare bezügliche Gösse $p_3 - p_4$ beigefügt.

	Pois.	Formel I.	Formel IV.	$p_3 - p_4$
1.	833,04	502,72	447,29	44,12
2.	643,13	494,87	433,73	45,15
3.	551,40	488,87	431,75	45,05
4.	511,59	490,26	442,71	45,14
5.	498,51	490,79	449,35	45,08
6.	484,50	484,24	447,18	45,17
7.	478,82	481,94	448,16	45,16

	p_1	π_1	π_2	p_2
1.	71,99	71,773	71,176	70,96
2.	72,03	71,821	70,631	70,42
3.	71,80	71,598	69,239	69,03
4.	74,42	74,226	69,549	69,34
5.	74,73	74,535	67,397	67,18
6.	75,33	75,141	65,667	65,45
7.	75,42	75,231	63,247	63,02

	Pois.	Formel IV.	$p_3 - p_4$
8.	700,74	399,61	41,40
9.	544,42	383,56	41,40
10.	481,02	386,44	41,37
11.	482,11	386,94	41,45
12.	446,56	393,20	41,45
13.	434,66	396,66	41,37
14.	423,88	394,97	41,39
15.	420,12	396,38	41,45
16.	416,68	396,19	41,08
17.	423,98	405,49	41,39
18.	340,87	240,53	28,64
19.	294,64	236,82	64
20.	281,31	244,81	64
21.	264,34	244,02	75
22.	264,67	244,47	49
23.	261,01	246,59	64
24.	260,38	246,11	70
25.	255,15	244,29	65
26.	256,60	245,63	56
27.	259,81	248,53	85
28.	252,80	244,02	57
29.	249,74	241,12	40
30.	251,25	243,64	49
31.	238,46	231,64	27,26
32.	257,04	246,43	28,95
33.	251,59	245,01	48
34.	253,31	246,72	56
35.	205,03	161,76	21,14
36.	190,94	164,06	21,02
37.	178,69	162,90	20,91
38.	174,03	164,93	20,95
39.	171,62	165,22	21,14
40.	168,46	163,63	20,84
41.	168,57	164,57	20,75
42.	167,48	164,04	20,85
43.	166,76	163,85	20,78

3. Beobachtungsmethode, variable Strömung.

Die Luft strömte, von Wasser und Kohlensäure befreit, durch die Capillare in einen luftleer gepumpten Ballon. Der Inhalt des Ballons betrug nach mehrfacher Messung $W_2 = 10950$ cbctm. Der zum Ballon führende Hahn hatte eine Bohrung von 1,3 ctm. Länge und 0,15 ctm. Radius. Durch den Hahn allein füllte sich der Ballon, vorher luftleer wie bei den Versuchen, in 8 Sekunden. Was die für diese Versuche benützte Capillare anbetrifft, so wurde bei dieser der mittlere Radius für jede Länge besonders bestimmt.

Bei jedem Versuch ist die Reibungsconstante der Luft berechnet, wie sie sich aus dem Poiseuille-Meyer'schen Gesetz[1]) ergiebt

$$\eta = \frac{p_1\ \pi\ g\ \varrho\ R^4}{8\ W_2\ l} \cdot \frac{0{,}43429\ t}{\log.\left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2}\ \frac{p_1 - P_2}{p_1 + P_2}\right)}$$

und zwar nach der Formel von Puluj[2]) auf ϑ^0 reduciert. Der Wert von η_0 ist immer aus zwei benachbarten Beobachtungen hergeleitet. ϑ_1 bedeutet die Temperatur der Luft in der Atmosphäre, ϑ_2 die der Luft im Ballon. Für jede Länge der Röhre sind drei Versuche angestellt worden, die jedoch eine so gute Übereinstimmung zeigten, dass die Mitteilung je eines derselben genügend erschien.

1.

$l = 1{,}3283.\quad R = 0{,}023813.$

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η
75,13	20,28	2	15	16,25	15,°7	15,°2	
3	29,84		16	15,00	7	8	0,001706
3	39,46		17	15,25	7	16,0	1538
3	49,08		18	19,50	7	3	1356
3	58,66		19	31,75	7	3	1130
3	68,32		21	10,00	7	4	0859

[1]) O. E. Meyer Pogg. Ann. (127) 203 S. 274.

[2]) Vergl. Seite 14.

2.

$l = 1{,}8442$, $R = 0{,}023813$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
74,92	20,07	2	18	48,00	16,°0	15,°6	
2	29,63		19	50,50	0	16, 0	0,001301
2	39,25		20	54,50	0	3	1171
2	48,87		22	53,25	1	5	1040
2	58,45		23	21,00	1	6	0872
2	68,11		25	26,00	1	6	0659

3.

$l = 3{,}3425$. $R = 0{,}023813$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
74,88	20,03	12	40	49,75	15,°6	15,°5	
8	29,59		41	59,75	6	8	0,000804
8	39,21		43	11,75	6	16, 1	727
9	48,84		44	29,25	7	2	647
9	58,42		45	57,00	7	4	544
9	68,08		47	57,50	7	3	417

4.

$l = 5{,}738$. $R = 0{,}023813$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
74,36	19,50	12	52	24,25	15,°0	14,°6	
6	29,02		53	46,25	14, 9	15, 0	0,000546
6	38,66		55	11,75	9	4	499
6	48,28		56	43,50	9	5	444
7	57,88		58	28,00	9	6	374
7	67,55	1	0	54,50	8	5	294

5.

$l = 10{,}341$. $R = 0{,}023813$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
73,80	18,94	2	7	16,25	14,°9	14,°9	
0	28,46		8	53,50	9	15, 0	0,000355
0	38,10		10	35,50	9	6	327
0	47,72		12	26,00	9	6	294
0	57,31		14	37,00	9	6	258
0	66,98		17	57,00	15, 0	6	221

6.

$l = 15{,}795.$ $R = 0{,}023813.$

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
73,38	18,51	2	29	36,25	14,°1	13,°4	
9	28,04		31	31,00	1	8	0,000273
9	37,68		33	31,50	0	9	251
9	47,31		35	46,00	0	14, 0	233
9	56,90		38	32,50	0	1	214
40	66,58		43	5,50	0	13, 9	197

7.

$l = 21{,}061.$ $R = 0{,}023820.$

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
73,39	18,52	11	47	4,0	14,°2	13,°4	
9	28,04		49	16,0	2	8	0,000236
9	37,68		51	38,0	1	9	223
9	47,31		54	19,0	2	14, 1	209
9	56,90		57	43,0	0	1	197
9	66,57	12	3	25,0	0	0	185

8.

$l = 26{,}820.$ $R = 0{,}023818.$

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
73,79	18,90	12	56	19,5	13,°3	12,°9	
9	28,43		58	53,0	4	13, 5	0,000217
8	38,05	1	1	39,5	5	6	207
7	47,65		4	52,0	5	8	199
6	57,25		8	58,0	6	9	188
5	66,92		16	0,0	7	8	181

9.

$l = 32{,}678.$ $R = 0{,}023808.$

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
74,72	19,86	1	22	16,5	15,°1	14,°3	
2	29,38		25	9,0	2	6	0.000203
1	39,01		28	17,5	2	9	194
1	48,63		31	58,5	0	15, 2	189
1	58,22		36	47,0	0	1	182
69	67,87		45	9,5	0	0	178

10.

$l = 37{,}905$. $R = 0{,}023795$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
75,11	20,25	2	7	49,5	15,°4	14,°9	
2	29,78		11	2,0	4	15, 4	0,000196
2	39,42		14	34,0	4	6	189
2	49,04		18	44,5	4	8	185
2	58,63		24	13,0	4	7	180
3	68,31		33	50,0	4	5	176

11.

$l = 42{,}981$. $R = 0{,}023788$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
74,90	20,05	1	50	3,0	15,°7	15,°3	
0	29,61		53	36,0	8	9	0,000189
0	39,23		57	33,0	8	16, 1	185
0	48,85	2	2	13,0	8	2	181
0	58,43		8	22,0	8	1	177
0	68,09		19	15,0	8	0	175

12.

$l = 54{,}110$. $R = 0{,}023785$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
73,81	18,96	2	20	42,0	16,°2	16,°2	
1	28,52		25	2,0	2	5	0,000179
0	38,13		29	51,5	3	8	176
0	47,75		35	37,5	3	8	174
0	57,33		43	15,0	2	6	171
79	66,98		56	50,0	2	4	171

13.

$l = 58{,}385$. $R = 0{,}023793$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
74,08	19,24	1	57	3,0	15,°8	15,°2	
8	28,75	2	1	41,0	8	5	0,000180
8	38,40		6	52,5	8	8	176
8	48,02		13	2,5	9	8	174
8	57,60		21	16,0	8	8	173
7	67,26		35	54,0	8	5	171

14.

$l = 62{,}184$. $R = 0{,}023804$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
73,75	18,91	12	28	15,0	15,°8	14,°3	
6	28,43		33	14,0	9	9	0,000181
6	38,07		38	48,0	9	15, 2	177
6	47,70		45	28,5	9	3	176
7	57,29		54	20,0	8	4	173
7	66,95	1	10	9,0	9	3	174

15.

$l = 65{,}320$. $R = 0{,}023816$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
73,45	18,59	12	33	31,0	14,°7	13,°8	
5	28,11		38	45,0	7	14, 3	0,000181
5	37,75		44	35,5	6	4	177
5	47,37		51	34,0	7	5	175
5	56,96	1	0	52,0	7	5	173
5	66,63		17	25,0	9	4	173

16.

$l = 68{,}339$. $R = 0{,}023822$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
74,21	19,34	11	56	36,0	14,°3	13,°5	
20	28,85	12	1	57,0	1	14, 1	0,000180
20	38,49		7	56,0	2	4	176
18	48,10		15	7,0	3	5	175
17	57,68		21	42,0	4	5	173
15	67,33		41	45,0	5	5	173

17.

$l = 71{,}245$. $R = 0{,}023826$.

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
74,02	19,17	12	10	57,0	15,°3	14,°9	
3	28,70		16	35,0	4	15, 4	0,000180
2	38,33		22	52,0	3	8	176
3	47,96		30	23,5	3	8	175
3	57,54		40	27,0	3	8	174
2	67,20		58	19,0	4	7	173

18.

$l = 74{,}639.$ $R = 0{,}023835.$

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
74,63	19,74	1	13	54,5	13,°1	13,°0	
4	29,28		19	36,5	12, 9	3	0,000177
3	38,90		26	2,0	8	5	176
2	48,50		33	40,0	13, 0	5	173
1	58,10		43	59,0	1	4	173
1	67,78	2	2	13,0	2	5	171

19.

$l = 81{,}823.$ $R = 0{,}023846.$

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
74,28	19,39	11	39	13,5	13,°1	12,°8	
8	28,92		45	24,5	0	13, 3	0,000175
9	38,56		52	22,0	0	5	173
30	48,18	12	0	44,0	1	5	172
3	57,82		11	54,5	2	5	170
6	67,53		31	47,0	3	4	169

20.

$l = 86{,}050.$ $R = 0{,}023851.$

p_1	p_2	h	m.	sec.	ϑ_1	ϑ_2	η_0
73,86	19,00	1	19	56,0	15,°0	14,°9	
7	28,53		26	29,0	14, 7	15, 1	0,000174
7	38,17		33	55,0	9	2	173
7	47,79		42	47,5	9	2	172
6	57,37		54	40,0	7	1	170
5	67,03	2	15	47,0	7	14, 9	170

In der jetzt folgenden Berechnung der soeben angeführten Versuche ist als Reibungsconstante bei o^0 der Wert 0,000168 benützt, weil diese Zahl ungefähr als Grenzwert aus den Versuchen selbst hervorgeht. Die Tabellen enthalten die Transpirationszeiten, in Sekunden angegeben, wie sie direct beobachtet wurden, und ausserdem, wie sie aus dem Poiseuille-Meyer'schen Gesetz und aus unserer Formel III (Seite 9) folgen.

1.

Pois.	Formel. III.	Beobacht.
5,79	60,91	58,75
6,58	61,71	60,25
7,96	64,09	64,25
10,74	72,96	72,25
19,21	100,59	98,25

2.

Pois.	Formel. III.	Beobacht.
8,10	64,51	62,50
9,18	65,36	64,00
11,10	67,97	68,75
14,97	77,56	77,75
26,77	107,47	105,00

3.

Pois.	Formel. III.	Beobacht.
14,63	72,36	70,00
16,63	73,56	72,00
20,14	77,00	77,50
27,12	88,51	87,75
48,50	124,31	120,50

4.

Pois.	Formel. III.	Beobacht.
23,99	81,23	78,00
28,82	84,02	85,50
34,74	88,64	91,75
46,92	103,87	104,50
83,70	151,70	146,50

5.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
45,97	96,30	97,25
52,47	100,73	102,00
63,21	108,79	110,50
85,20	132,09	131,00
152,13	205,13	200,00

6.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
70,72	112,27	114,75
80,58	121,11	120,50
97,09	134,74	134,50
128,28	166,31	166,50
233,30	274,54	273,00

7.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
94,12	131,02	132,00
107,24	141,65	142,00
129,34	160,84	161,00
174,06	205,02	204,00
310,16	343,64	342,00

8.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
118,74	150,41	153,50
135,26	164,42	166,50
162,73	195,49	192,50
220,01	245,90	246,00
392,37	420,02	422,00

9.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
142,77	169,85	172,50
163,13	188,04	188,50
196,93	219,38	221,00
265,70	287,56	288,50
473,78	496,93	502,50

10.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
164,92	188,97	192,50
188,51	210,56	212,00
227,55	247,36	250,50
307,23	326,40	328,50
549,73	570,06	577,00

11.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
188,89	210,64	213,00
214,80	234,59	237,00
259,75	277,51	280,00
350,33	367,45	369,00
626,39	644,48	653,00

12.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
243,55	261,47	260,00
276,73	292,90	289,50
331,87	346,44	346,00
449,49	463,41	457,50
801,31	815,95	815,00

13.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
259,30	276,06	278,00
296,81	312,09	311,50
357,44	371,05	370,00
480,40	493,48	493,50
860,52	874,24	878,00

14.

Pois.	Formel III.	Beobacht,
277,88	293,81	299,00
317,88	332,34	334,00
382,49	395,40	400,50
514,85	527,24	531,50
918,14	931,14	949,00

15.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
292,15	307,53	314,00
333,24	347,23	350,50
401,20	413,64	418,50
540,58	552,51	558,00
964,99	977,51	993,00

16.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
299,95	314,66	321,00
342,87	356,25	359,00
413,11	425,01	431,00
557,27	568,68	575,00
994,87	1006,83	1023,00

17.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
315,23	329,38	338,00
359,26	372,09	377,00
433,83	445,26	451,50
583,73	594,67	603,50
1042,76	1054,24	1072,00

18.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
323,99	337,74	342,00
368,80	381,24	385,50
444,85	455,92	458,00
602,07	612,71	619,00
1075,66	1086,84	1094,00

19.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
355,96	368,65	371,00
406,14	417,65	417,50
489,19	499,42	502,00
663,40	673,25	670,50
1183,30	1193,67	1192,50

20.

Pois.	Formel III.	Beobacht.
379,94	391,93	393,00
433,21	444,07	446,00
518,85	528,56	532,50
703,00	712,23	712,50
1254,30	1263,96	1267,00

Um unsere Formel auch auf frühere Versuche anzuwenden, mögen z. B. einige nach der dritten Beobachtungsmethode angestellte Versuche[1]) von Graham berechnet werden. Berechnet man dieselben nach der Poiseuille-Meyer'schen Formel, so erhält man nach Herrn Prof. O. E. Meyer[2]) folgende Tabelle:

$$2\,R = 0{,}00539 \text{ engl. Zoll.}$$

	$l = 1$ Zoll	$l = 2$ Zoll	$l = 4$ Zoll.
Luft	$\eta = 0{,}000206$	$\eta = 0{,}000177$	$\eta = 0{,}000178$
Sauerstoff	0,000216	0,000197	0,000199

Für $l = 1$ Zoll genügt die Röhre dem Poiseuille-Meyer'schen Gesetz nicht mehr; unsere Formel III liefert die Zahlen

0,000177
0,000197

also ein hinreichend befriedigendes Resultat.

§ 3.

Kurze Betrachtung der Resultate.

Besonders bei den Versuchen mit constanter Strömung scheint sich in unseren Zahlenreihen für mittlere Längen der Röhre ein deutliches Minimum geltend zu machen. Versuchen wir, wie weit diese Abweichung durch Beobachtungsfehler zu erklären ist. Aendern wir z. B. den Versuch 3 auf Seite 20 dahin ab, dass wir setzen $p_1 = 71{,}82$, $p_2 = 69{,}01$, $\eta_0 = 0{,}000168$ so geht die berechnete Zahl 431,75 (Seite 30) in 447,23 über. Ebenso ergiebt der Versuch 2 auf Seite 20 mit den Zahlen $p_1 = 72{,}05$ und $p_2 = 70{,}40$ schon ohne Aenderung von η_0 die Zahl 518,74 an Stelle von 433,73 (Seite 30). Bei dem Versuche 5 auf Seite 13 strömten in 1012,0 Sek. 3961,8 cbctm. über, woraus die Zahl 3,915 erhalten wurde; nehmen wir an, dass in 1011,0 Sek. 3977,9 cbctm. überströmten, so geht die bezügliche auf Seite 14 verzeichnete Zahl 324,42 in 326,06 über.

So haben wir gezeigt, dass unsere Formel im allgemeinen das richtige Resultat innerhalb der Beobachtungsfehler liefert, doch soll nicht geleugnet werden, dass das erwähnte Minimum immerhin auffällig bleibt.

---

[1]) Philos. Transact. 1846. Tab. 14, 15, 16.
[2]) Pogg. Ann. (127) 203. Seite 365.

§ 4.

Bemerkungen über die Strömung des Wassers durch Röhren und Schluss.

Unsere in der vorliegenden Abhandlung entwickelten Ansichten werden noch dadurch unterstützt, dass für die Strömung des Wassers durch Röhren ähnliche Resultate gefunden sind. Beginnen wir mit Jacobson's Versuchen[1]). Jacobson hat nachgewiesen, „dass an der Einflussöffnung der Druck plötzlich sinkt", und wenn auch gegen seine numerische Bestimmung des neuen Druckes einiges Bedenken möglich ist, so ist doch das nachgewiesen, was auch wir aus unseren Versuchen über Luft entgegen der Guthrie'schen Ansicht behaupten mussten.

Unsere empirische Formel für die Strömung der Luft findet sich im wesentlichen bei der Strömung des Wassers wieder. Die für diese von Herrn Prof. O. E. Meyer hergeleitete Formel[2])

$$t = \alpha + \beta\,\lambda - \gamma\,\lambda^2,$$

worin t die Transpirationszeit, λ die Röhrenlänge und α, β, γ, constante Zahlen sind, liefert bei ihrer graphischen Darstellung „schräg ansteigende fast geradlinige Curven". Auch unsere Formel ergiebt ja solche Curven, dabei zeigt sich aber ein, allerdings wegen der Kleinheit der betreffenden Glieder sehr unwesentlicher Unterschied. Es ist nämlich

$$\frac{d^2\,t}{d\,\lambda^2} = -\,2\gamma$$

also eine negative Grösse, mithin ist jene Curve nach unten concav während unsere Curve nach unten convex ist: denn schreiben wir unsere Formel kurz für den Augenblick

$$t = \sqrt{m^2 + n^2\,l^2},$$

so ist

$$\frac{d\,t^2}{d\,l^2} = \frac{n^2}{l^2}\left(1 - \frac{n^2\,l^2}{t^2}\right)$$

also da $t^2 > n^2\,l^2$ ist, $\frac{d\,t^2}{d\,l^2}$ eine positive Grösse. — Es mag schliesslich noch für unseren Zweck eine Arbeit von Houba[3]) erwähnt werden. Houba ist auch der Ansicht[4]), dass ein Hauptgewicht auf die Vorgänge am Anfang und Ende der Röhre zu legen sei: am Anfang der Röhre

[1]) Müller's Archiv f. Anat. u. Physiol. 1860. 1861.

[2]) Pogg. Ann. Jubelband. S. 1.

[3]) Over de strooming van vloeistoffen door buizen. Nijmegen, 1883.

[4]) A. a. O. S. 95.

wendet er das Toricelli'sche Gesetz, in der Mitte das Poiseuille'sche, aber nicht unter Verwendung der ganzen Röhrenlänge an; die Vorgänge am Ende vernachlässigt er dann, führt aber im Toricelli'schen Gesetz den Ausflusscoëfficienten ein. Wenn auch zugegeben werden muss, dass diese Anschauung der Wirklichkeit ziemlich nahe kommen mag, so bleibt doch noch immer die sehr grosse Schwierigkeit, die richtige Länge und den richtigen Ausflusscoëfficienten zu finden. Houba führt ferner eine Formel an[1]), welche einige Ähnlichkeit mit unserer empirischen Formel hat; schreiben wir sie mit unseren Bezeichnungen, so lautet sie

$$t = \frac{N}{a} + \frac{P}{l}(l - l_0)$$

wenn l_0 die Wirbelstrecke am Anfang der Röhre bedeutet. Welcher Wert dem l_0 beizulegen, weiss Houba allerdings nicht anzugeben, jedenfalls muss er l_0 als abhängig von l annehmen, denn sonst kann sein Gesetz nicht für sehr kleine und sehr grosse Längen in die dann geltenden Gesetze übergehn. Ein Vergleich mit unserer Formel

$$t = \sqrt{\left(\frac{N}{a\,b}\right)^2 + P^2}$$

welche die beiden Grenzfälle in sich enthält, würde ergeben

$$l_0 = l - \frac{l}{P}\left(\sqrt{\left(\frac{N}{a\,b}\right)^2 + P^2} - \frac{N}{a}\right).$$

Fassen wir die gewonnenen Resultate noch einmal kurz zusammen, so können wir sie in den folgenden beiden Sätzen aussprechen.

1) Wenn für eine Röhre das Poiseuille-Meyer'sche Gesetz nicht mehr gilt, so ist der Hauptgrund dafür in den Vorgängen am Ende und besonders am Anfange der Röhre zu suchen.

2) Trägt man die Transpirationszeiten für eine beliebige Luftmenge, bei beständiger oder veränderlicher Strömung, als Ordinaten, die zuge-

---

[1]) A. a. O. S. 98.

hörigen Röhrenlängen als Abscissen auf, so ergeben sich schräg ansteigende, fast geradlinige Curven, die sich in der Mitte halten zwischen einer Geraden und einer Hyperbel.

Indem ich die vorliegende Arbeit einer nachsichtigen Beurteilung empfehle, schliesse ich dieselbe mit dem Ausdruck des herzlichsten Dankes für meinen hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. O. E. Meyer, der mich jederzeit bereitwilligst mit seinem Rate unterstützte. Ebenso ist es mir eine angenehme Pflicht, Herrn Dr. O. Schumann an dieser Stelle für seine vielfache freundliche Hilfe öffentlich bestens zu danken.

Thesen.

1. Es ist notwendig, dass das Studium der Physik einerseits mit dem der Mathematik, andererseits mit dem der Chemie verbunden werde.

2. John Locke's Substanzbegriff ist unklar und inconsequent.

3. Guthrie's Ansicht, dass beim Strömen von Gasen durch Röhren am Anfang der Röhre kein Druckverlust eintritt, widerspricht der Anschauung und der Erfahrung.

Lebenslauf.

Ich, Karl Wilh. Paul Hoffmann, bin am 17. Februar 1862 zu Breslau geboren; meine Eltern sind der Ratsgeometer Aug. Hoffmann und seine Ehefrau Wilhelmine Hoffmann geb. Tiesler. Ich bin im evangelischen Glauben erzogen. Meine Schulbildung genoss ich am jetzigen Realgymnasium z. heil. Geist, welche Anstalt ich Ostern 1880 mit dem Zeugnis der Reife verliess. Darauf studierte ich an der Breslauer Universität 7 Semester Mathematik und Physik, daneben hauptsächlich Chemie und Philosophie. Ich hörte Vorlesungen bei den Herren: Auerbach, Cohn, Dilthey, Dorn, Galle, Löwig, Meyer, Poleck, Rosanes, Schröter, L. Weber, Th. Weber. Sechs Semester war ich Mitglied des math.-phys. Seminars, vier Semester arbeitete ich im physik. Laboratorium unter Leitung des Herrn Prof. O. E. Meyer, ein Semester im chemischen Laboratorium unter Leitung des Herrn Geheimrat Prof. Löwig.

Ich erlaube mir an dieser Stelle, allen meinen verehrten Lehrern für die wohlwollende Leitung und Förderung meiner Studien meinen ergebensten Dank auszusprechen.

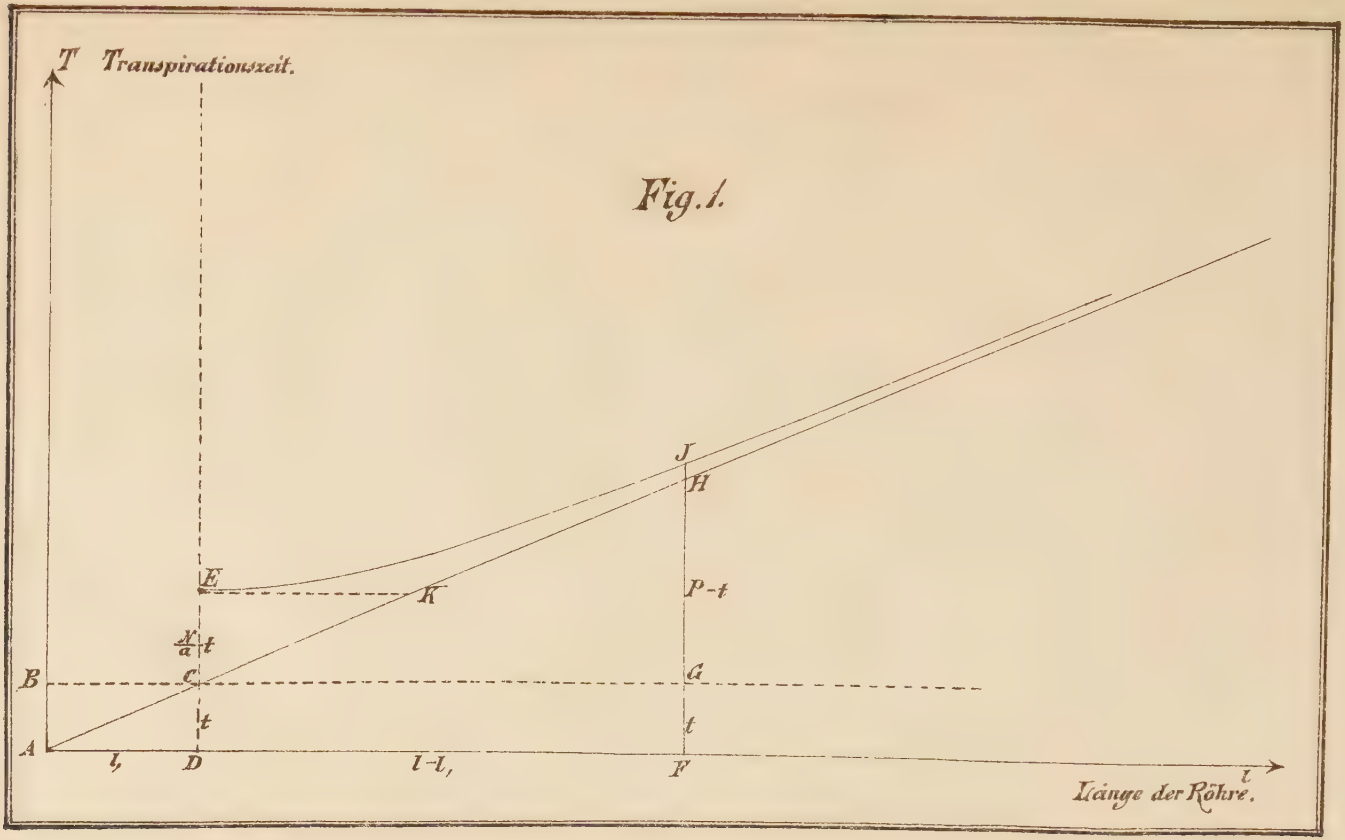

T Transpirationszeit.
Fig. 1.
J
H
E
K
P-t
$\frac{X}{a}$ t
B
C
G
t
t
A
l,
D
l-l,
F
l
Länge der Röhre.

Fig. 2.

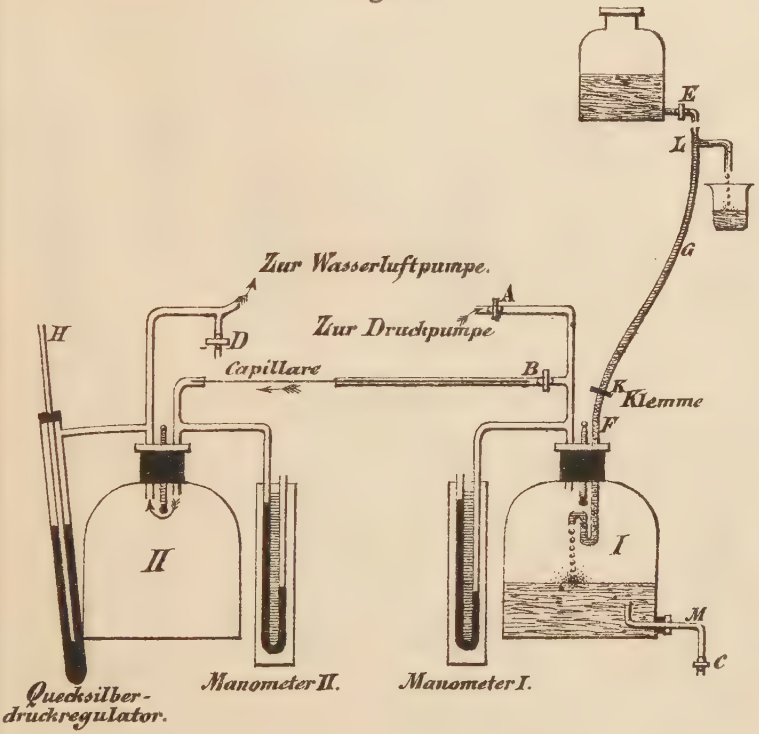
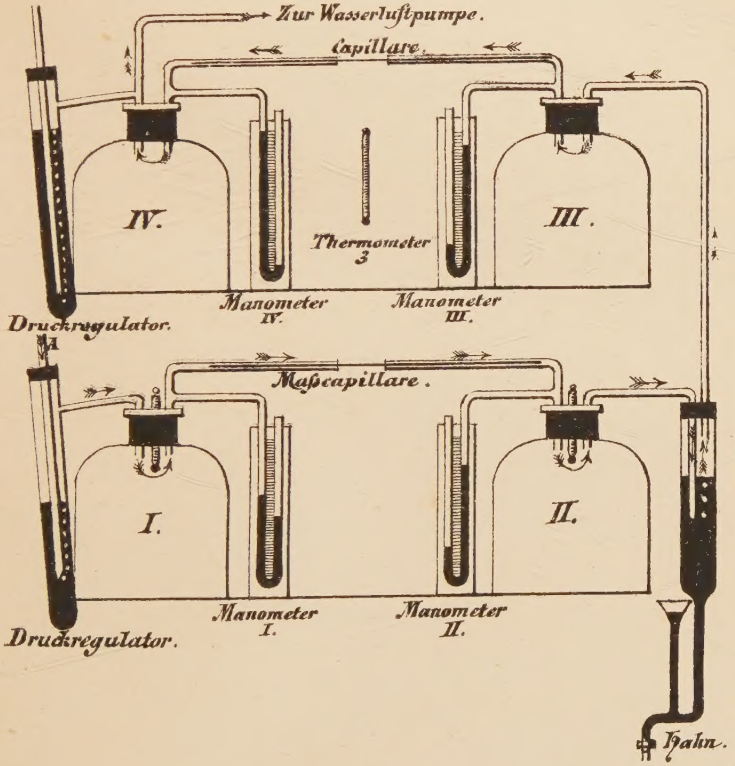

E
L
G
Zur Wasserluftpumpe.
A
Zur Druckpumpe
H
D
Capillare
B
K
Klemme
F
II
I
M
C
Quecksilber-
druckregulator.
Manometer II.
Manometer I.

Fig. 3.


Zur Wasserluftpumpe.
Capillare.
IV.
Thermometer
3
III.
Manometer
IV.
Manometer
III.
Druckregulator.
Maßcapillare.
I.
II.
Manometer
I.
Manometer
II.
Druckregulator.
Hahn.

Druck von Brehmer & Minuth in Breslau.